



DEĞİŞKENLİK ÖLÇÜLERİ



Dr. Mehmet AKSARAYLI
D.E.Ü. İ.İ.B.F.
EKONOMETRİ BÖLÜMÜ
mehmet.aksarayli@deu.edu.tr

www.mehmetaksarayli.com 1

Bölümün Amaçları

Bu Bölümü tamamladıktan sonra neleri yapabileceksiniz:

- **Box ve Whisker** grafiğini okuma ve yorumlama,
- Değişkenlik kavramını anlama ve verilerin değişkenliğini yorumlama,
- Değişim Aralığı, varyans, standart sapma, değişim (varyasyon) katsayısını tanıma ve kullanma,
- Verilerin çarpıklığını hesaplama ve yorumlamak.

w.mehmetaksarayli.com 2

Tanımlayıcı İstatistikler

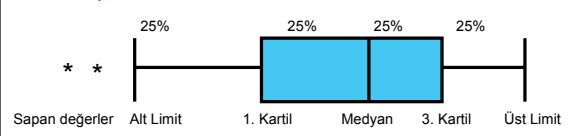
Yer Ölçüleri (Merkezi Eğilim Ölçüleri)	Değişkenlik Ölçüleri	Çarpıklık Ölçüleri	Bastıklık Ölçüleri
<ul style="list-style-type: none"> • Duyarlı Ortalamalar • Aritmetik ort. • Tartılı Aritmetik • Geometrik ort. • Kareli ort. • Harmonik ort. • Duyarlı Olmayan Ort. • Mod • Medyan • Kartiller 	<ul style="list-style-type: none"> • Değişim Aralığı (Range) • Standart sapma • Varyans • Mutlak sapma • Değişkenlik katsayısı • Kartil sapma katsayısı • Ortalama sapma katsayısı 	<ul style="list-style-type: none"> • Bowley asimetri ölçüsü • Pearson asimetri ölçüsü 	

w.mehmetaksarayli.com 3

Box ve Whisker Grafiği

■ **Box and Whisker** grafiği verileri merkezi dağılımına göre gösteren bir grafikdir.

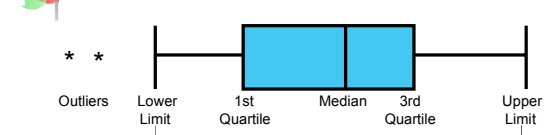
Example:



Sapan değerler Alt Limit 1. Kartil Medyan 3. Kartil Üst Limit

w.mehmetaksarayli.com 4

Box and Whisker Grafiğini Yapılandırma



The lower limit is $Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$


The upper limit is $Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$

- Merkez kutu Q_1 to Q_3 arasındadır
- Kutu ortasındaki çizgi medyandır,
- Whiskers hesaplanan limitlerde en küçük ve en büyük verileri gösterir,
- Sapan değerler grafiğin dışında gösterilmiştir.

w.mehmetaksarayli.com 5

Box ve Whisker Grafiğinin Sekli (Shape)

■ Eğer veriler medyan etrafına simetrik yayılmışlarsa; medyan kutuyu ortalamıştır.



■ (Box and Whisker grafiği hem yatay hem de dikey şekilde gösterilebilir)

w.mehmetaksarayli.com 6

Shape of a Distribution (Ortalama ve Medyana göre)

- Verilerin dağılımı nasıl tanımlanır?
- Simetriklik veya Çarpıklık

Left-Skewed Sola çarpık

Mean < Median

(Longer tail extends to left)
Uzun kuyruk sola doğru

Symmetric

Mean = Median

Right-Skewed Sağa çarpık

Median < Mean

(Longer tail extends to right)
Uzun kuyruk sağa doğru

Distribution Shape and Box and Whisker Plot (Kartillere göre)

Left-Skewed Sola Çarpık

Q1 Q2 Q3

Symmetric

Q1 Q2 Q3

Right-Skewed Sağa Çarpık

Q1 Q2 Q3

Box ve Whisker Grafiği Örneği

- Below is a Box-and-Whisker plot for the following data:

Min	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Max
0	2	3	6	27

0 2 3 6 12 27

Upper limit = $Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$
= $6 + 1.5(6 - 2) = 12$

27 is above the upper limit so is shown as an outlier

- Bu veriler sağa çarpıktır.

Değişkenlik - Varyasyon (Variation)

- Değişkenlik ölçümü; verilerin yayılımı (spread) veya değişkenliği (variability) hakkında

Aynı merkez, Farklı değişkenlik

Değişim Aralığı (Range)

- En basit değişkenlik ölçüsüdür.
- En büyük ve en küçük gözlemler (observations) arasındaki farktır:

D.A. = Range = $x_{\text{maximum}} - x_{\text{minimum}}$

Örnek:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Range = 14 - 1 = 13

Değişim Aralığının Zayıf Yönleri

- Verilerin dağılımını göz ardı eder.

Range = 12 - 7 = 5

Range = 12 - 7 = 5

- Sapan değerler için hassastır.

1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5

Range = 5 - 1 = 4

1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 120

Range = 120 - 1 = 119

Kartiller Arası Değişim Aralığı (Interquartile Range)

- Bazı sapan değer problemlerine uygulanabilir.
- Yüksek ve düşük sapan değerleri dikkate almadan kalan verilerle değişim aralığını hesaplar.
- Interquartile range = 3rd quartile – 1st quartile

w.mehmetaksarayli.com13

Kartiller Arası Değişim Aralığı Örneği:

Örnek:

X _{minimum}	Q1	Median (Q2)	Q3	X _{maximum}
25%		25%	25%	25%
12	30	45	57	70
		Interquartile range = 57 – 30 = 27		

w.mehmetaksarayli.com14

Ortalama Mutlak Sapma

Ortalama Mutlak Sapma (MAD) : Bir gözlemin ortalamadan ortalama olarak ne kadar saptığının ölçüsüdür.

Basit veriler için: $MAD = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$

Gruplandırılmış veriler için: $MAD = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i}$

w.mehmetaksarayli.com15

Varyans

- Ortalama mutlak sapmada kullanılan mutlak değerli ifadeler ile işlem yapmanın zor hatta bazı durumlarda imkansız olması sebebiyle yeni değişkenlik ölçüsüne ihtiyaç bulunmaktadır.
- Mutlak değer ifadesindeki zorluk aritmetik ortalamadan farkların karelerinin alınmasıyla ortadan kalkmaktadır.
- **Veri setindeki her bir gözlem değerinin aritmetik ortalamadan farklarının karelerinin toplamının örnek hacminin bir eksiğine bölünmesinden elde edilen değişkenlik ölçüsüne örnek varyansı adı verilir.**

w.mehmetaksarayli.com16

Varyans (Variance)

- Verilerin aritmetik ortalamadan saptasının ortalama ölçüsüdür.
- **Anakitle varyansı:** $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$
- **Örnek(Sample) varyansı:** $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$

w.mehmetaksarayli.com17


Basit seriler için:

Populasyon Varyansı: $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}$
 μ : Populasyon Ortalaması N : Populasyon Hacmi

Örnek Varyansı : $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$

Gruplanmış Seriler için: $s^2 = \frac{\sum_{j=1}^k f_j (x_j - \bar{x})^2}{\sum_{j=1}^k f_j - 1}$

Sınıflanmış Seriler için : $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (m_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^k f_i - 1}$


$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

ifadesi istatistikte bir çok formülde kullanılır ve **kareler toplamı** olarak adlandırılır.

- Matematiksel olarak hesaplama kolaylığı sağlaması açısından formüllerde kareler toplamının açılımı olan aşağıdaki eşitlik kullanılabilir.


$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}$$

w.mehmetaksarayli.com 19

Basit Seriler için:
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n-1}$$

Gruplanmış Seriler için:
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k f_i x_i)^2}{\sum_{i=1}^k f_i}}{\sum_{i=1}^k f_i - 1}$$


Sınıflanmış Seriler için :
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i m_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k f_i m_i)^2}{\sum_{i=1}^k f_i}}{\sum_{i=1}^k f_i - 1}$$

 **Standart Sapma (Standard Deviation)**


- En yaygın kullanılan değişkenlik ölçüsüdür,
- Ortalama değişkenliği gösterir,
- Orijinal verilerin aynı ölçü birimine sahiptir.

- **Anakitle standard deviation:**
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$
- **Örne standard deviation:**
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$


w.mehmetaksarayli.com 21

 **Standart sapma: σ**

- Bir dizi ölçümün gösterdiği değişimin en güvenilir ölçüsüdür.
- Dağılım fazlaysa standart sapma büyük, dağılım dar alanda ise küçüktür.



w.mehmetaksarayli.com 22

 **Standart Sapmaları Karşılaştırma**


Ortalama aynı, fakat standart sapmaları farklı:

Veri A
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
ortalama = 15.5
s = 3.338

Veri B
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
ortalama = 15.5
s = .9258

Data C
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
ortalama = 15.5
s = 4.57

w.mehmetaksarayli.com 23

 **Örnek verileri için standart sapma hesaplama:**

Örnek Veriler (X_i): 10 12 14 15 17 18 18 24

n = 8 Ortalama $\bar{x} = 16$

$$s = \sqrt{\frac{(10 - \bar{x})^2 + (12 - \bar{x})^2 + (14 - \bar{x})^2 + \dots + (24 - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(10 - 16)^2 + (12 - 16)^2 + (14 - 16)^2 + \dots + (24 - 16)^2}{8-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{130}{7}} = 4.3095$$

w.mehmetaksarayli.com 24

Basit seriler için:

Populasyon Standart Sapması: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}}$

μ : Populasyon Standart Sapması N : Populasyon Hacmi

Örnek Standart Sapması : $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

Gruplanmış Seriler için:

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i - 1}}$$

Sınıflanmış Seriler için :

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i (m_i - \bar{x})^2}{\sum f_i - 1}}$$



Basit veriler için:

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$\bar{x} = 225 / 5 = 45$
35	-10	100	$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{250}{5-1}} = 7.9$
40	-5	25	
45	0	0	
50	5	25	
55	10	100	
225		250	

Gruplandırılmış ve sınıflandırılmış veriler için standart sapma:

x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
35	1	-10	100	100
40	4	-5	25	100
45	5	0	0	0
50	4	5	25	100
55	1	10	100	100
Top.	15			400

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i - 1}} = \sqrt{\frac{400}{14}} = 5.345$$

Sınıflandırılmış veriler için standart sapma:

Örnek: Aşağıdaki tabloda 30 günlük süre içinde bir restoranın kullandığı et miktarının dağılımı verilmiştir. Günlük kullanılan et miktarının varyansını ve standart sapmasını hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	m_i	$f_i(m_i - \bar{x})^2$
30-36'dan az	2	33	$2(33-46,6)^2$
36-42'den az	6	39	$6(39-46,6)^2$
42-48'den az	10	45	$10(45-46,6)^2$
48-54'dan az	7	51	$7(51-46,6)^2$
54-60'den az	4	57	$4(57-46,6)^2$
60-66'den az	1	63	$1(63-46,6)^2$
Toplam	30		1579,2

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i f_i}{\sum f_i} = 46,6 \text{ kg.}$$

$$s^2 = \frac{\sum f_i (m_i - \bar{x})^2}{\sum f_i - 1} = \frac{1579,2}{30-1} \approx 54,46$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{54,46} \approx 7,38 \text{ kg.}$$



Varyasyon - Değişkenlik Katsayısı (Coefficient of Variation)

- Göreli (relative) değişkenliği ölçer
- (%) olarak youmlanır
- İki veya daha fazla veri seti için karşılaştırmada kullanılır.
- **Örnek:** İstanbul'da ve Ankara'da yaşayan ailelerin aylık gelirlerinin değişkenliklerinin karşılaştırılması

Population

$$CV = \left(\frac{\sigma}{\mu} \right) \cdot 100\%$$

Sample

$$CV = \left(\frac{s}{x} \right) \cdot 100\%$$



Değişkenlik Katsayısı Örneği:

■ Hisse senedi A:

■ Geçen yılki ortalama fiyat = \$50

■ Standart sapma = \$5
 $CV_A = \left(\frac{s}{x} \right) \cdot 100\% = \frac{\$5}{\$50} \cdot 100\% = 10\%$

■ Hisse senedi B:

■ Geçen yılki ortalama fiyat = \$100

■ Standart sapma = \$5
 $CV_B = \left(\frac{s}{x} \right) \cdot 100\% = \frac{\$5}{\$100} \cdot 100\% = 5\%$

Her iki hisse senedi de aynı standart sapmaya sahip, fakat hisse senedi B daha az göreli değişkenliğe sahiptir.

Örnek: Buca ve Alsancak için gelir dağılımıyla ilgili veriler aşağıdaki gibidir:

	Buca	Alsancak	Yorum: Buca'daki gelir dağılımı Alsancak'takine göre daha değişkendir.
\bar{X}	→ 25	50	
s	→ 5	7	
C_v	→ 0.2	0.14	

w.mehmetaksarayli.com 31

Çarpıklık (Asimetri) Ölçüleri

- Populasyonları birbirinden ayırmak için her zaman yalnızca yer ve yayılım ölçüleri yeterli olmayabilir. Aşağıda iki farklı populasyondan alınmış örnekler için oluşturulan histogramlar verilmiştir.

w.mehmetaksarayli.com 32

- Şekilden görüleceği üzere A ve B örneklerinin aynı ortalamaya ve yaklaşık olarak aynı değişkenliğe sahip olmalarına rağmen bu iki örneğin açıkça aynı populasyondan gelmediği söylenir.
- Asimetri (çarpıklık) ifadesi simetrik olmayan anlamını taşımaktadır.
- Şekillere bakıldığında frekansların A'da daha çok sol tarafa (küçük x_i değerlerinde), B'de ise daha çok sağ tarafa (büyük x_i değerlerinde), toplandığı görülmektedir.

w.mehmetaksarayli.com 33

Asimetri Ölçüleri

PEARSON ÇARPIKLIK ÖLÇÜSÜ

$$Sk_p = \frac{\bar{x} - \text{mod}}{s} \text{ veya } Sk_p = \frac{3(\bar{X} - \text{med})}{s}$$

$Sk_p < |1|$ --- Az çarpık dağılım
 $Sk_p > |1|$ --- Çarpık dağılım
 $Sk_p < 0$ → Negatif çarpık(Sola)
 $Sk_p > 0$ → Pozitif Çarpık(Sağa)
 $Sk_p = 0$ ise dağılış simetrik

BOWLEY ÇARPIKLIK ÖLÇÜSÜ

$$Sk_b = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$$

$Sk_b < 0$ → Negatif çarpık(Sola)
 $Sk_b > 0$ → Pozitif Çarpık(Sağa)
 $Sk_b = 0$ ise dağılış simetrik

w.mehmetaksarayli.com 34

Örnek: Aşağıdaki tabloda 30 günlük süre içinde bir restoranın kullandığı et miktarının dağılımından elde edilen bazı tanımlayıcı istatistikler verilmiştir. Buna göre pearson ve bowley asimetri ölçülerini hesaplayıp yorumlayınız.

Aritmetik Ort.	Mod	Medyan	Q_1	Q_2	s^2
46,6	45,4	46,2	41,5	51,9	54,46

$$Sk_p = \frac{3(\bar{X} - \text{med})}{s} = \frac{3(46,6 - 46,2)}{\sqrt{54,46}} \approx 0,16 > 0$$

Sağa Çarpık, Pozitif Asimetri

$$Sk_p = \frac{\bar{x} - \text{mod}}{s} = \frac{46,6 - 45,4}{\sqrt{54,46}} \approx 0,16 > 0$$

Sağa Çarpık, Pozitif Asimetri

$$Sk_b = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{(51,9 - 46,2) - (46,2 - 41,5)}{51,9 - 41,5} = \frac{1}{10,4} \approx 0,10 > 0$$

Sağa Çarpık, Pozitif Asimetri

Simetrik Dağılım Sağa çarpık dağılım Sola çarpık dağılım
 A.O = Med = Mod A.O > Med > Mod A.O < Med < Mod
 İki modlu simetrik dağılım Modu olmayan dağılım Tekdüzen dağılım

Basıklık Ölçüsü

Aşağıdaki A ve B dağılımlarının ortalamaları, değişkenlik ölçülerinin aynı olmasından dolayı ve hatta ikisinin de simetrik olmalarından dolayı bu iki dağılışı ayırt etmek için Basıklık Ölçüsü kullanılır.

$\mu_A = \mu_B$

w.mehmetkarsariyil.com 37

Basıklık Ölçüsü

Herhangi bir olasılık fonksiyonunun şekli ile ilgili parametrelere bir tanesi de basıklık ölçüsüdür. **Basıklık Ölçüsü** ortalamaya göre dördüncü momentten gidilerek hesaplanır ve α_4 olarak gösterilir.

$$\alpha_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad \text{Basit Seri İçin} \quad \mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^4}{n}$$

$\alpha_4 = 3$ ise **Seri Normal**
 $\alpha_4 < 3$ ise **Seri Basık**
 $\alpha_4 > 3$ ise **Seri Sivri Ya da Yüksek**

w.mehmetkarsariyil.com 38

Microsoft Excel ile tanımlayıcı istatistikleri hesaplama:

- Descriptive Statistics are easy to obtain from Microsoft Excel
 - Menüden:
 - Data / data analysis / descriptive statistics
 - Açılan pencereden gerekli veriler gir:

w.mehmetkarsariyil.com 39

Excel Kullanımı

- Seç:
 - Data / data analysis / descriptive statistics

w.mehmetkarsariyil.com 40

Using Excel

- Gerekli veriler gir
- "summary statistics" butonunu seç
- OK butonu...

w.mehmetkarsariyil.com 41

Excel Çıktısı

House Prices	
1	
2	
3	Mean
4	Standard Error
5	Median
6	Mode
7	Standard Deviation
8	Sample Variance
9	Kurtosis
10	Skewness
11	Range
12	Minimum
13	Maximum
14	Sum
15	Count
16	

w.mehmetkarsariyil.com 42

Örnekler...

w.mehmetkarakay.com 43

Örnek 1: Gruplanmış Seriler İçin Aritmetik Ortalama

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

f : frekans
k : grup sayısı
i = 1,2,3,.....,k

Örnek: Yandaki tabloda bir Samsung bayisindeki LCD televizyonların ekran boyutlarına göre satış miktarları verilmiştir. Frekans dağılımının aritmetik ortalamasını hesaplayınız.

Grup	Frekans	$x_i f_i$
51	1	51
66	3	198
72	4	288
82	5	410
94	7	658
Σf_i	20	1605

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{51(1) + 66(3) + \dots + 94(7)}{1 + 3 + 4 + 5 + 7} = \frac{1605}{20} = 80,25$$

w.mehmetkarakay.com 44

Örnek 2 : Aşağıdaki tabloda 30 günlük süre içinde bir restoranın kullandığı et miktarının dağılımı verilmiştir. Günlük kullanılan et miktarının aritmetik ortalamasını hesaplayınız.

Sınıflar	f_i	m_i	$m_i f_i$
30-36'dan az	2	33	66
36-42'den az	6	39	234
42-48'den az	10	45	450
48-54'den az	7	51	357
54-60'den az	4	57	228
60-66'den az	1	63	63
Toplam	30		1398

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k m_i f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{33(2) + 39(6) + \dots + 63(1)}{30} = \frac{1398}{30} = 46,6 \text{ kg.}$$

Örnek 3: Aşağıdaki tabloda 30 günlük süre içinde bir restoranın kullandığı et miktarının dağılımı verilmiştir. Günlük kullanılan et miktarının modunu hesaplayınız.

Sınıflar	f_i
30-36'dan az	2
36-42'den az	6
42-48'den az	10
48-54'den az	7
54-60'den az	4
60-66'den az	1
Toplam	30

Mod sınıfı →

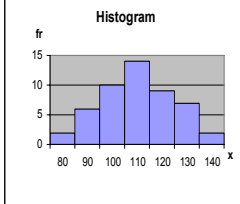
$$Mod = L_{\text{mod}} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot i$$

$$= 42 + \frac{(10-6)}{(10-6) + (10-7)} \cdot 6 = 45,4 \text{ kg.}$$

w.mehmetkarakay.com 46

Örnek 4: Bir tencere pazarlama firmasına bağlı çalışan 50 satış personelinin 1 aylık tencere satışları aşağıdaki gibidir. Bu verileri kullanarak histogramı çiziniz, aritmetik ortalama, mod, medyan ve kartilleri hesaplayarak yorumlayınız.

sınıflar	f_i	m_i	$\Sigma m_i f_i$	Σf_i
80-≤90	2	85	170	2
90-≤100	6	95	570	8
100-≤110	10	105	1050	18
110-≤120	14	115	1610	32
120-≤130	9	125	1125	41
130-≤140	7	135	945	48
140-≤150	2	145	290	50
toplam	50		5760	



$$\bar{X} = \frac{\sum f_i m_i}{\sum f_i} = \frac{5760}{50} = 115,2$$

sınıflar	f_i	m_i	$\Sigma m_i f_i$	Σf_i
80-≤90	2	85	170	2
90-≤100	6	95	570	8
100-≤110	10	105	1050	18
110-≤120	14	115	1610	32
120-≤130	9	125	1125	41
130-≤140	7	135	945	48
140-≤145	2	145	290	50
toplam	50		5760	

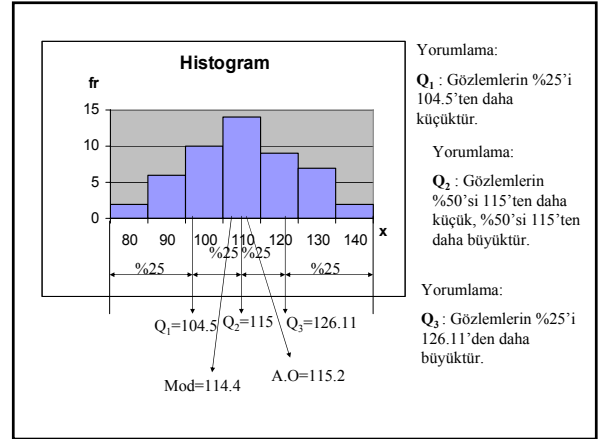
$$Q_2 = Med = L_{Q_2} + \frac{\sum f_i - f_j}{f_{Q_2}} \cdot i = 110 + \frac{50-18}{14} \cdot 10 = 115$$

$$Mod = L_{\text{mod}} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot i = 110 + \frac{4}{4+5} \cdot 10 = 114,4$$

sınıflar	f_i	m_i	$\Sigma m_i f_i$	Σf_i
80-≤90	2	85	170	2
90-≤100	6	95	570	8
100-≤110	10	105	1050	18
110-≤120	14	115	1610	32
120-≤130	9	125	1125	41
130-≤140	7	135	945	48
140-≤145	2	145	290	50
toplam	50	5760		

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{\Sigma f_i - f_i}{f_{Q_1}} \cdot i}{4} = 100 + \frac{50 - 8}{10} \cdot 10 = 104.5$$

$Q_2 = Med = 115$

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3 \Sigma f_i - f_i}{f_{Q_3}} \cdot i}{4} = 120 + \frac{3 \times 50 - 32}{9} \cdot 10 = 126.11$$


Örnek 5: İstatistik I dersini alan 10 öğrencinin vize notları aşağıdaki gibi sıralanmıştır. Buna göre vize notları için varyans ve standart sapmayı hesaplayınız.

30,41,53,61,68,79,82,88,90,98

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{30 + 41 + \dots + 98}{10} = 69$$

$$s^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(30-69)^2 + (41-69)^2 + \dots + (98-69)^2}{9} = \frac{4538}{9} \approx 504,22$$

$$s \approx 504,22 \rightarrow s = \sqrt{s^2} = \sqrt{504,22} \approx 22,45$$

İstatistik I vizesinden alınan notların ortalama etrafında yaklaşık olarak 22 puan değiştiği görülmektedir.

Aynı soru kareler ortalamasının açılımı kullanılarak çözüldüğünde aynı sonuçları verecektir.

30,41,53,61,68,79,82,88,90,98

x	x^2
30	900
41	1681
53	2809
61	3721
68	4624
79	6241
82	6724
88	7744
90	8100

$$s^2 = \frac{\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1} = \frac{52148 - \frac{(690)^2}{10}}{9}$$

$$s^2 \approx 504,22$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{504,22} \approx 22,45$$

$\Sigma x_i = 690$ $\Sigma x_i^2 = 52148$

Örnek 6 : Yandaki tabloda bir Samsung bayisindeki LCD televizyonların ekran boyutlarına göre satış miktarları verilmiştir. Frekans dağılımının varyans ve standart sapmasını hesaplayınız.

Grup	Frekans	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
51	1	51	2601
66	3	198	13068
72	4	288	20736
82	5	410	33620
94	7	658	61852
$\Sigma f_i = 20$	1605	131607	

$$s^2 = \frac{\Sigma f_i x_i^2 - \frac{(\Sigma f_i x_i)^2}{\Sigma f_i}}{\Sigma f_i - 1} = \frac{131607 - \frac{(1605)^2}{20}}{19} \approx 147,67$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{147,67} \approx 12,15$$

Örnek 7 : Kuruyemiş satan bir dükkanda bir haftalık sürede satılan leblebi, fıstık ve bademlerin ortalamaları ve standart sapmaları aşağıda verilmiştir. Buna göre kuruyemişleri değişkenlikleri açısından karşılaştırmak ve kuruyemişin değişkenliğinin daha fazla olduğunu belirtiniz.

	\bar{x}	s
Leblebi	30 kg.	5 kg.
Fıstık	40 kg.	4 kg.
Badem	10 kg.	3 kg.

$$C_{V_{leblebi}} = \frac{s}{\bar{x}} * 100 = \frac{5}{30} * 100 = 16,67 = \%16,67$$

$$C_{V_{fıstık}} = \frac{s}{\bar{x}} * 100 = \frac{4}{40} * 100 = 10 = \%10$$

$$C_{V_{badem}} = \frac{s}{\bar{x}} * 100 = \frac{3}{10} * 100 = 30 = \%30$$

Üç kuruyemişin değişkenlikleri karşılaştırıldığında en küçük standart sapma değeri bademde olmasına rağmen en büyük varyasyon katsayısına sahip olduğundan en fazla değişkenliğin bademde olduğu görülür. Aritmetik ortalamalar içerisinde standart sapma yüzdelere bakıldığında en büyük yüzde bademdedir.

GRAFİKLER

